



Simulasi Numerik Pengaruh Lebar dan Kerapatan Mangrove terhadap Atenuasi Gelombang di Perairan Dangkal

Anasye Dwi Putri, Julia Fitriani, Khairunisa, Rena Wulandari Mulyasiwi, Vivi Oktavia Rizky Fauzi, Rifky Fauzi*

Program Studi Matematika, Fakultas Sains, Institut Teknologi Sumatera

*Correspondence Author : rifky.fauzi@ma.itera.ac.id

ABSTRAK

Studi ini mengkaji pengaruh lebar dan kepadatan vegetasi mangrove terhadap atenuasi gelombang di perairan dangkal melalui simulasi numerik dengan menggunakan persamaan air dangkal nonlinier (*nonlinear shallow water equations*). Metode beda hingga dengan skema upwind diterapkan untuk mendiskretisasi suku-suku nonlinier, menghasilkan model numerik yang digunakan mensimulasikan perambatan gelombang di ekosistem pesisir. Redaman energi akibat adanya mangrove dimodelkan sebagai efek gesek pada persamaan momentum. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa peningkatan lebar mangrove berkorelasi dengan penurunan tinggi gelombang. Pada vegetasi dengan kerapatan rendah pengaruh reduksi gelombang transmisi berkisar pada 1–2%, sementara untuk kawasan dengan kerapatan tinggi dapat menghasilkan reduksi hingga 21.5%. Hal ini mengindikasikan bahwa Kawasan vegetasi yang cukup rapat efektif meredam energi gelombang dan melindungi wilayah pesisir dari abrasi serta kerusakan. Selain itu, dikembangkan juga model fitting eksponensial untuk memahami pengaruh kerapatan vegetasi dan lebar mangrove secara eksplisit.

© 2025 Kantor Jurnal dan Publikasi UPI

ABSTRACT

This study investigates the influence of mangrove width and density on wave attenuation in shallow waters through numerical simulations using the nonlinear shallow water equations. A finite difference method with an upwind scheme was employed to discretize the nonlinear terms, resulting in a numerical model for simulating wave propagation in coastal ecosystems. The energy dissipation caused by mangroves is modeled as a friction term in the momentum equation. Numerical simulation results indicate that increasing mangrove width correlates with a decrease in wave height. In low-density vegetation, the reduction in transmitted wave height is around 1–2%, whereas high-density regions can achieve reductions of up to 21.5%. This finding suggests that sufficiently dense mangrove stands effectively dampen wave energy and protect coastal areas from erosion and damage. Additionally, an exponential fitting model was developed to explicitly account for the combined effects of mangrove density and width.

© 2025 Kantor Jurnal dan Publikasi UPI

INFORMASI ARTIKEL

Sejarah Artikel:

Diterima 17 Maret 2025
Direvisi 23 Maret 2025
Disetujui 10 April 2025
Tersedia online 2 Mei 2025
Dipublikasikan 2 Mei 2025

Kata Kunci:

Atenuasi Gelombang,
Mangrove,
Metode Beda Hingga,
Persamaan Air Dangkal,
Simulasi Numerik.

Keywords:

Finite Difference Method,
Mangrove,
Numerical Simulation,
Shallow Water Equation,
Wave Attenuation.

1. PENDAHULUAN

Mangrove merupakan salah satu ekosistem pesisir terpenting di Indonesia. Negara kepulauan ini memiliki lebih dari 17.000 pulau, dengan luas laut mencapai 5,8 juta km² dan garis pantai sepanjang 81.000 km. Tidak mengherankan apabila Indonesia memiliki hutan mangrove terluas di dunia, yakni sekitar 27% dari total mangrove global atau 75% dari mangrove di Asia Tenggara (Vitasari, 2015). Kerusakan wilayah pesisir akibat gelombang merupakan masalah serius yang telah mempengaruhi banyak kawasan pesisir di Indonesia. Penelitian oleh Akbar *et al.* (2017) menunjukkan bahwa energi gelombang yang tinggi berperan penting dalam mempercepat proses erosi, sehingga mengubah morfologi garis pantai dan meningkatkan risiko kerusakan infrastruktur pesisir. Kerusakan yang terjadi tidak hanya mengganggu keseimbangan ekosistem pesisir, tetapi juga mengancam mata pencaharian masyarakat pesisir. Oleh karena itu, keberadaan hutan mangrove sangat krusial karena berfungsi sebagai penghalang alami yang dapat meredam energi gelombang dan melindungi garis pantai dari kerusakan yang lebih parah.

Gelombang di laut terbentuk akibat tiupan angin dan interaksi gravitasi antara Bumi, bulan, serta matahari yang memunculkan pasang surut (Yang, 2025). Intensitasnya dipengaruhi oleh bentuk garis pantai, kondisi topografi laut, dan karakteristik lingkungan setempat (Mulidin & Sugianto, 2004). Pada kawasan pesisir yang menjorok ke laut, seperti tanjung, gelombang biasanya terfokus dan menimbulkan erosi yang lebih kuat, sedangkan di teluk, energi gelombang lebih tersebar. Dalam konteks ini, mangrove memainkan peran penting sebagai pelindung alami. Vegetasi ini mampu mereduksi energi gelombang, mencegah abrasi, menghalangi intrusi air laut, dan menjadi habitat bagi berbagai spesies (Wiyanto & Faiqoh, 2015). Apabila mangrove rusak, dampaknya dapat sangat signifikan bagi ekologi dan sosial-ekonomi setempat (Taofiqurohman, 2014; Wilianto & Zainab, 2024).

Penelitian terdahulu menunjukkan bahwa luas dan kerapatan zona mangrove memengaruhi tingkat peredaman gelombang secara signifikan. Semakin lebar area mangrove, semakin efektif peredaman gelombangnya, sebagaimana ditunjukkan oleh (Dai *et al.*, 2022), yang menemukan bahwa pengurangan tinggi gelombang dapat mencapai 80% pada jarak 1.000 meter di hutan mangrove Delta Nanliu, China, dengan efisiensi tertinggi pada kedalaman air dangkal (< 0,7 m). Sementara itu, kerapatan vegetasi mangrove, yang diwakili oleh koefisien drag, memainkan peran penting dalam meningkatkan peredaman; semakin besar nilai koefisien drag, semakin rapat vegetasinya, seperti yang dijelaskan oleh (Lopez-Arias *et al.*, 2024), yang mengembangkan formula koefisien drag untuk jenis mangrove tertentu dan menemukan bahwa densitas akar berkorelasi dengan pengurangan tinggi gelombang hingga 34% pada jarak 63 meter. Studi lain oleh Quartel *et al.*, (2014) di Thailand juga menegaskan bahwa persentase volume biomassa mangrove yang terendam mencerminkan kerapatan vegetasi, memiliki hubungan eksplisit dengan kapasitas peredaman gelombang. Guna mengkaji pengaruh kedua faktor ini, penelitian ini menerapkan persamaan air dangkal nonlinier (*nonlinear shallow water equations*) yang sesuai untuk memodelkan propagasi gelombang di perairan dangkal (Khadafi & Gunawan, 2019). Dalam penyusunan algoritma numerik, metode beda hingga dengan skema *upwind* digunakan untuk mendiskretisasi suku

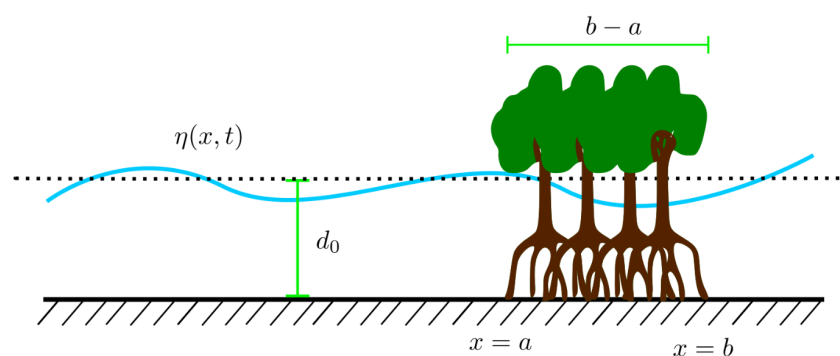
nonlinier karena metode ini membuat algoritma menjadi lebih sederhana, robust dan efisien (Wu *et al.*, 2019). Vegetasi mangrove dilibatkan sebagai suku gesek dalam persamaan momentum, yang secara langsung mengurangi energi gelombang ketika melewati kawasan mangrove.

Melalui pendekatan tersebut, dilakukan serangkaian simulasi untuk merekam tinggi gelombang sebelum dan sesudah zona mangrove, dengan memvariasikan lebar mangrove serta koefisien kerapatan. Penelitian ini mengusulkan model eksponensial sebagai model empirik untuk menyajikan secara eksplisit hubungan antara lebar vegetasi, kepadatan mangrove, dan reduksi gelombang. Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan pemahaman lebih awal, melalui simulasi numerik, mengenai bagaimana mangrove sebagai pelindung pesisir, sekaligus membantu perencanaan konservasi dan restorasi ekosistem mangrove di Indonesia.

2. METODE

2.1 Persamaan Air Dangkal (*Shallow Water Equations*)

Persamaan air dangkal (*shallow water equations*) persamaan diferensial parsial hiperbolik yang dapat menggambarkan fenomena aliran fluida contohnya di kawasan pesisir, sungai, saluran, muaran dan lain-lain. Persamaan air dangkal berlaku untuk fluida homogen yang memiliki massa jenis konstan, tidak kental, tidak dapat ditekan dan mengalir secara berlawanan arah (Bose, 2022). Dalam hal ini, persamaan air dangkal merupakan persamaan bagi gelombang air yang permukaannya dipengaruhi oleh kedalaman. Air dapat dikatakan dangkal apabila sistem fluida jauh lebih kecil di dibandingkan dengan gelombangnya. Gambar 1 mengilustrasikan skema penampang gelombang permukaan melewati kawasan mangrove pada daerah $[a, b]$.



Gambar 1. Skema penampang gelombang permukaan $\eta(x, t)$ yang melewati vegetasi mangrove pada dengan lebar melintang sebesar $b - a$ pada kedalaman d_0 .

Pada perairan yang dangkal di mana kedalaman air jauh lebih kecil dari pada skala panjang panjang horizontal. Dengan asumsi ini, kecepatan horizontal air dapat diabaikan, sehingga tekanan air dapat diaproksimasi sebagai tekanan hidrostatis. Misalkan fluida bergerak secara horizontal dengan kecepatan u serta dibatasi oleh syarat batas dasar berupa dasar yang padat (tidak ada rembes) dan dibatasi oleh permukaan bebas $\eta(x, t)$, maka persamaan geraknya

dideskripsikan oleh Persamaan konservasi massa dan persamaan konservasi momentum adalah sebagaimana persamaan (1) berikut:

$$\begin{aligned} \eta_t + (hu)_x &= 0 \\ u_t + uu_x + g\eta_x &= -C_f u|u| \end{aligned} \quad (1)$$

dengan $h = \eta(x, t) + d_0$ dan suku terakhir persamaan konservasi momentum merupakan efek gesek kuadrat akibat aliran melewati objek.

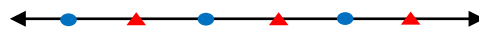
Mangrove yang tumbuh dalam jumlah banyak di kawasan tertentu dapat menghalangi aliran air saat melewati kawasan tersebut. Interaksi ini dapat memberikan efek redaman pada aliran fluida. Untuk itu digunakan efek gesek yang bersifat lokal pada domain tertentu (pada kawasan vegetasi mangrove), yakni ditampilkan pada persamaan (2) berikut:

$$C_f(x) = \begin{cases} C, & a \leq x \leq b \\ 0, & x \text{ lainnya} \end{cases} \quad (2)$$

Nilai C biasanya merupakan nilai empiris yang didapat dari pengamatan laboratorium.

2.2 Staggered Grid

Pendekatan beda hingga dengan konfigurasi *staggered grid* diterapkan dalam simulasi ini. Diskritisasi spasial berfungsi untuk menentukan bentuk serta batasan geometris di dalam pemodelan. Setiap titik yang tersebar di seluruh permukaan atau wilayah domain menggantikan sifat kontinum menjadi kumpulan titik terpisah, membentuk sebuah grid. Pendekatan ini dibagi menjadi dua jenis grid, yakni grid tengahan dan grid penuh. Selanjutnya, domain spasial dibagi menjadi N_x titik. Titik grid penuh (full grid) adalah $x_i = i \frac{L}{N_x}$, $i = 1, 2, \dots, N_x$ dan titik grid setengah (half grid) adalah $x_{i+\frac{1}{2}} = i \frac{L}{(N_x+1)}$, $i = 0, 1, 2, \dots, N_x$. Titik-titik ini diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Staggered grid terdapat dua pengaturan sub grid yakni full grid dan half grid

Pada staggered grid terdapat dua pengaturan sub grid yakni full grid yang ditandai oleh indeks bilangan bulat x_i dan half grid $x_{i+1/2}$. Variabel tak bebasnya juga akan dipisahkan atau dibagi ke dalam dua sub grid berbeda. Penelitian ini menggunakan pengaturan $\eta_{j+1/2}^n$ dan u_j^n .

2.3 Beda Hingga Staggered Grid

Karena staggered grid hanya diterapkan pada variable spasial, maka turunan spasialnya akan metode beda hingga pusat. Sebagai catatan, penggunaan metode beda maju atau mundur

akan sulit karena diperlukan adanya aproksimasi untuk nilai variable tidak diketahui pada grid yang berbeda. Turunan terhadap waktu akan dihipotesiskan dengan beda maju dengan alasan kemudahan perhitungan. Berikut adalah beda hingga untuk variable simpangan permukaan yang disampaikan oleh (Fauzi & Wiryanto, 2023).

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} \approx \frac{\eta_{j+1/2}^{n+1} - \eta_{j+1/2}^n}{\Delta t}, \text{ dan } \frac{\partial \eta}{\partial x} \approx \frac{\eta_{j+1/2}^n - \eta_{j-1/2}^n}{\Delta x}$$

Sedangkan untuk kecepatan fluida berikut adalah formula beda hingganya adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t}, \text{ dan } \frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x}.$$

2.4 Fungsi Eksponensial

Dalam studi Bryant *et al.* (2022) mengenai model fisik menggunakan hutan mangrove merah Amerika Utara yang berskala 1:2.1 dalam flume skala besar ditemukan bahwa atenuasi tinggi gelombang insiden berbentuk eksponensial. Bentuk ini mempunyai reduksi berkisar antara 13% hingga 77%, yang sangat dipengaruhi oleh kedalaman air dan tinggi gelombang awal. Studi ini memberikan indikasi adanya hubungan antara parameter fisis dan atenuasi gelombang yang dapat dimodelkan secara eksplisit secara khusus yakni model eksponensial.

Dalam penelitian ini, untuk memodelkan pengaruh parameter x terhadap atenuasi gelombang y , digunakan fungsi exponential sebagai berikut:

$$y(x; m, c) = e^{mx+c}.$$

Model ini dipilih karena sifat efek gesek yang akumulatif sebagaimana persamaan (2). Pada model tersebut, koefisien gesek dinyatakan konstan sepanjang kawasan mangrove yang menyebabkan disipasi energi berdampak sepanjang kawasan, sehingga mengakibatkan penurunan eksponensial pada amplitude gelombang.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian menunjukkan pola penurunan tinggi gelombang yang konsisten dengan prinsip energi gelombang yang teredam oleh vegetasi. Analisis lebih lanjut menunjukkan bahwa tingkat pengurangan tinggi gelombang dipengaruhi oleh beberapa faktor, termasuk lebar vegetasi mangrove, densitas vegetasi, serta kedalaman perairan tempat gelombang bergerak.

3.1 Model Numerik

Terapkan metode beda hingga untuk persamaan konversi massa sehingga diperoleh

$$\frac{\eta_{j+1/2}^{n+1} - \eta_{j-1/2}^{n+1}}{\Delta t} + \frac{q_{j+1}^n - q_j^n}{\Delta x} = 0$$

dengan $q = hu$. Suku nonlinear diselesaikan dengan menggunakan metode upwind, yakni untuk memastikan bahwa perkaliannya menyesuaikan dengan arah aliran. Berikut adalah aproksimasinya

$$q_j = \begin{cases} \hat{h}_{j-\frac{1}{2}} \cdot u_j, & u_j \geq 0 \\ \hat{h}_{j+\frac{1}{2}} \cdot u_j, & u_j < 0 \end{cases}$$

Persamaan terakhir di atas, serupa dengan kestabilan pada persamaan transport yakni solusi akan stabil untuk kecepatan positif apabila menggunakan beda hingga mundur, sebaliknya akan stabil apabila menggunakan beda hingga maju.

Dengan demikian diperoleh model numerik untuk konservasi massa sebagaimana persamaan (3) berikut:

$$\eta_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} = \eta_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{j+1}^n - q_j^n) \quad (3)$$

Selanjutnya, terapkan metode beda hingga pada persamaan momentum.

$$\frac{du_j}{dt} + g \frac{\eta_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \eta_{j-\frac{1}{2}}^{n+1}}{\Delta x} + (uu_x)_j^n = -C_f u_j^{n+1} |u_j^n|$$

dengan

$$(uu_x)_j = \begin{cases} u_j^n \left(\frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} \right), & u_j^n \geq 0 \\ u_j^n \left(\frac{u_{j+1}^n - u_j^n}{\Delta x} \right), & u_j^n < 0 \end{cases}$$

Metode ini terbukti cukup baik digunakan dalam (Mutiara *et al.*, 2024) untuk memodelkan gelombang run-up. Untuk memastikan kestabilan, digunakan skema semi implisit pada persamaan momentum yakni menggunakan η hasil perhitungan algoritma sebelumnya pada model numerik konservasi massa.

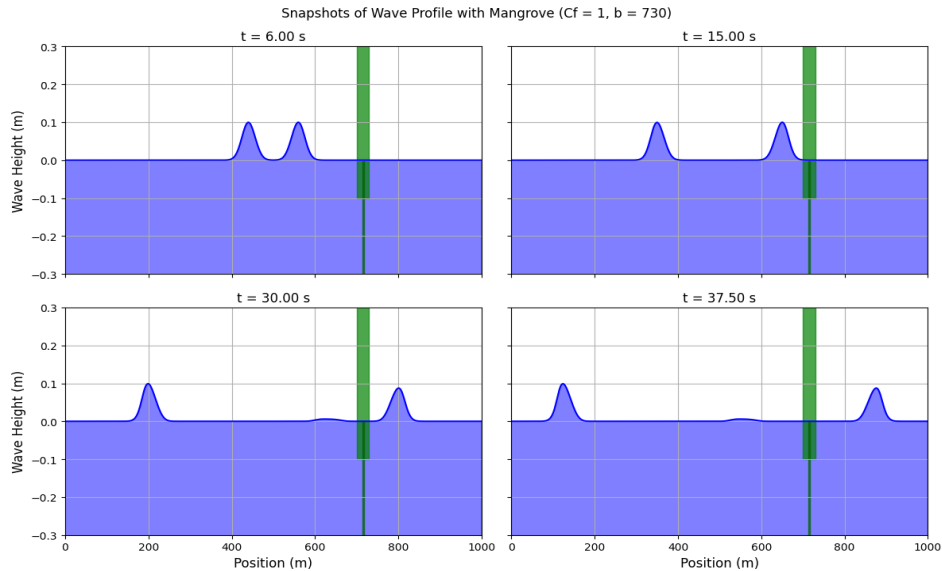
Dengan manipulasi aljabar, khususnya pada bagian implisit u diperoleh model numerik untuk konservasi momentum sebagaimana persamaan (4) berikut:

$$u_j^{n+1} = \left(\frac{g\Delta t}{\Delta x} \left(\eta_{j+\frac{1}{2}}^{n+1} - \eta_{j-\frac{1}{2}}^{n+1} \right) + \Delta t (uu_x)_j^n \right) / (1 + \Delta t C_f |u_j^n|) \quad (4)$$

Persamaan (3) dan (4) merupakan model numerik yang digunakan untuk simulasi perambatan gelombang melewati kawasan mangrove. Model numerik serupa juga dapat ditemui dalam (Fauzi & Wiryanto, 2023) untuk model longsoran tanah dan (Enkekes & Fauzi, 2023). Untuk model perambatan gelombang akibat longsoran tanah. Syarat kestabilan numerik metode ini dapat dihitung dengan menggunakan syarat kestabilan Von Neuman pada versi linear persamaan (1) yakni $\sqrt{gd_0} \Delta t / \Delta x$ (Pudjaprasetya & Magdalena, 2014).

3.2 Simulasi Numerik Gelombang Melewat Mangrove

Penelitian ini membahas tentang perambatan gelombang pada mangrove dengan memodelkan lebar dari hutan mangrove, semakin lebar hutan mangrove maka semakin kecil gelombang air laut. Untuk membuktikan pernyataan tersebut terdapat pada Gambar 3.



Gambar 3. Profil gelombang pada beberapa waktu dengan vegetasi mangrove dengan lebar = 30 m dan koefisien kerapatan $C_f = 1$ mengilustrasikan perubahan dinamika gelombang akibat pengaruh mangrove, dengan penurunan amplitudo yang terlihat seiring waktu.

Gambar 3 menampilkan empat snapshot profil gelombang pada waktu empat waktu berbeda (gelombang merambat ke kiri dan ke kanan). Dalam simulasi ini gelombang yang merambat ke kiri tidak dihadap oleh mangrove, sedangkan gelombang yang merambat ke kanan dihadap oleh vegetasi mangrove. Terlihat bahwa setelah gelombang mengalami atenuasi gelombang yang ditunjukkan adanya reduksi amplitudo gelombang (gelombang yang kanan lebih kecil dari pada gelombang yang merambat ke kiri). Hasil simulasi ini menunjukkan bahwa dengan kondisi dengan lebar = 30 m dan koefisien kerapatan $C_f = 1$ keberadaan mangrove dapat mengurangi amplitudo gelombang sebesar 12,32%.

3.3 Pengaruh Lebar dan Kerapatan Vegetasi Mangrove

Pada bagian ini diusulkan variable lebar dan kerapatan vegetasi mangrove berinteraksi dalam bentuk perkalian sehingga fungsi fitting eksponensialnya dapat disajikan dalam persamaan (5) sebagai berikut:

$$A(d, C_f; m, c) = e^{m(d \cdot C_f) + c} \tag{5}$$

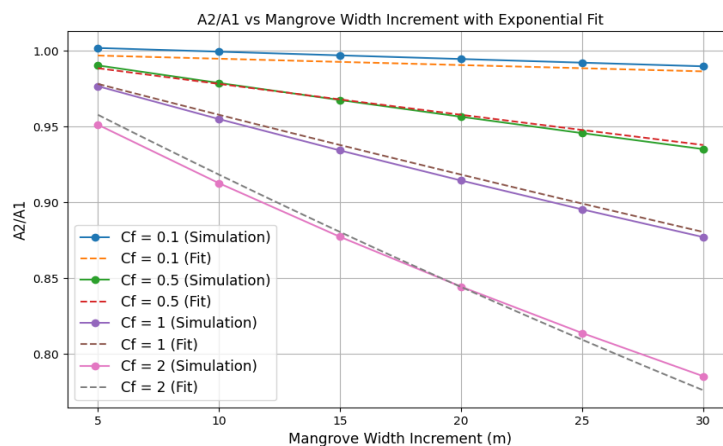
Parameter m dan c diestimasi dengan menggunakan metode Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BGFS) dari modul Scipy pada Bahasa pemrograman Python dengan fungsi tujuan berupa SSE, yakni:

$$\min_{(m,c)} \sum_{i=1}^N (y_{data} - y_{model})^2$$

Metode lain seperti metode algoritma genetik [17] dapat digunakan untuk mengestimasi parameter tersebut. Diperoleh relasi sebagaimana pada persamaan (6) berikut:

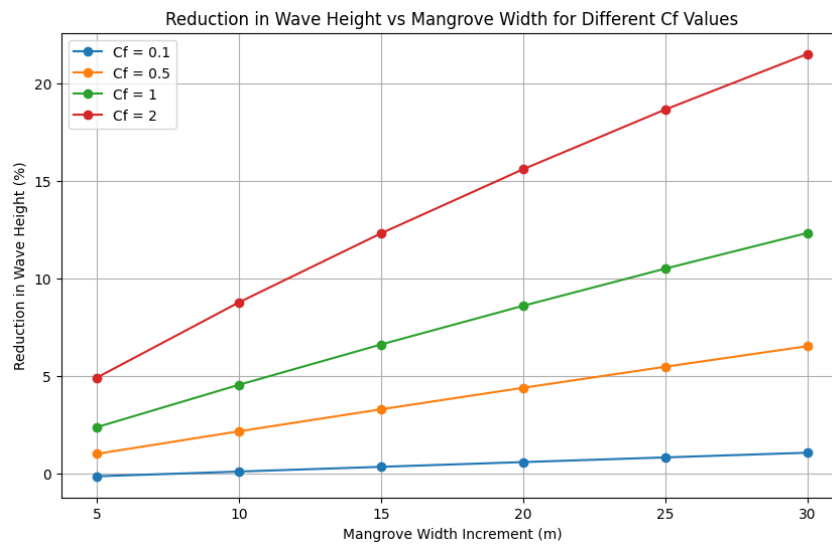
$$A(d, C_f) = e^{-0.004211(d \cdot C_f) - 0.001305} \quad (6)$$

Hasil pencocokan kurva yang diperoleh menunjukkan bahwa persamaan eksponensial yang digunakan berhasil memodelkan hubungan antara rasio amplitudo gelombang (A_2/A_1) dengan lebar vegetasi dan kerapatan mangrove secara akurat. Dari parameter yang dioptimasi, diperoleh nilai $m = -0.004211$ dan $c = -0.001305$. Nilai ini mengindikasikan adanya tren penurunan eksponensial pada amplitudo gelombang ketika lebar dan kerapatan vegetasi mangrove meningkat. Parameter didapat dengan nilai fungsi objektif (Sum of Squared Residuals, SSE) yang cukup kecil, yaitu 0,000379. Selain itu diperoleh juga nilai Koefisien Determinasi (R^2) yang mencapai 0,995585, menandakan bahwa model mampu menjelaskan sekitar 99,56% variasi data. Hasil fitting untuk beberapa nilai koefisien kerapatan terdapat pada Gambar 4.



Gambar 4. Hubungan rasio amplitudo gelombang (A_2/A_1) terhadap penambahan lebar vegetasi mangrove untuk berbagai nilai koefisien kerapatan (C_f). Titik berwarna menunjukkan hasil simulasi numerik, sedangkan garis putus-putus merupakan hasil pencocokan kurva dengan fungsi eksponensial.

Gambar 5 menunjukkan pengaruh penambahan lebar vegetasi mangrove (sumbu horizontal) terhadap persentase reduksi tinggi gelombang (sumbu vertikal) untuk berbagai nilai C_f . Semakin luas zona mangrove, semakin besar pula energi gelombang yang teredam. Efek ini menjadi lebih dominan pada C_f yang lebih tinggi, menandakan kerapatan vegetasi yang lebih besar dan kemampuan redaman yang lebih efektif. Pada kasus kerapatan mangrove yang cukup kecil diperoleh reduksi sangat kecil yakni 1-2%. Namun pada kerapatan tinggi diperoleh reduksi hingga 21.5%.



Gambar 5. Persentase reduksi tinggi gelombang meningkat seiring pertambahan lebar vegetasi mangrove dan besarnya koefisien kerapatan (C_f).

4. KESIMPULAN

Studi ini telah berhasil memodelkan perambatan dan peredaman gelombang pada kawasan mangrove dengan menggunakan pendekatan persamaan air dangkal (shallow water equations) yang dilengkapi suku gesek kuadratik. Metode beda hingga dengan konfigurasi *staggered grid* diterapkan untuk mendiskritisasi persamaan konservasi massa dan momentum, di mana variabel elevasi permukaan ditempatkan pada titik *half grid*, sedangkan kecepatan aliran berada pada titik *full grid*. Pendekatan ini terbukti mampu menangani interaksi aliran dengan vegetasi mangrove secara efisien, terutama dalam hal ketepatan aproksimasi aliran dan stabilitas numerik. Hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin lebar dan rapat vegetasi mangrove, semakin besar pula atenuasi atau reduksi amplitudo gelombang. Dalam contoh kasus lebar 30 m dengan koefisien kerapatan cukup besar, amplitudo gelombang berkurang hingga 56,18%. Selain itu, telah memodelkan hubungan antara karakteristik kawasan mangrove dengan atenuasi gelombang dengan cukup baik menggunakan fungsi eksponensial. Hal ini tercermin dari nilai *Sum of Squared Residuals* (SSE) yang sangat kecil (0,000379) dan *Coefficient of Determination* sebesar 0,995585, menandakan bahwa hampir 99,56% variasi data dapat dijelaskan oleh model. Metode ini dapat menjadi dasar untuk pengembangan lebih lanjut, seperti pengujian dengan berbagai jenis vegetasi atau penerapan kondisi fisis yang lebih kompleks (misalnya variasi kedalaman atau bentuk topografi yang tidak seragam).

5. DAFTAR PUSTAKA

- Akbar, A. A., Sartohadi, J., Djohan, T. S., & Ritohardoyo, S. (2017). Erosi pantai, ekosistem hutan bakau dan adaptasi masyarakat terhadap bencana kerusakan pantai di negara tropis. *Jurnal Ilmu Lingkungan*, 15(1), 1-10.
- Bose, S. K. (2022). Turbulent two-dimensional shallow water equations and their numerical solution. *Archive of Applied Mechanics*, 92(11), 3405–3416.

- Bryant, M., Bryant, D., Provost, L., Hurst, N., McHugh, M., Wargula, A., & Tomiczek, T. (2022). *Wave attenuation of coastal mangroves at a near-prototype scale*. The US Army Engineer Research and Development Center.
- Dai, Z., Trettin, C. C., Mangora, M. M., & Tang, W. (2022). Soil carbon within the mangrove landscape in Rufiji River Delta, Tanzania. *Wetlands*, 42(7), 1-17.
- Enkekes, Y. B., & Fauzi, R. (2023). Simulasi terbentuknya gelombang permukaan akibat adanya longsoran bawah laut (Metode Lax- Friedrich). *Indonesian Journal of Applied Mathematics*, 2(2), 40-43.
- Fauzi, R., & Wiryanto, L. H. (2023, October). Numerical simulation of granular landslide using predictor-corrector method. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2903, No. 1). AIP Publishing.
- Khadafi, M. G., & Gunawan, P. H. (2019, July). Toward GPU on CUDA for Simulating Non-hydrostatic Wave Model. In *2019 7th International Conference on Information and Communication Technology (ICOICT)* (pp. 1-7). IEEE.
- Lopez-Arias, F., Maza, M., Calleja, F., Govaere, G., & Lara, J. L. (2024). Integrated drag coefficient formula for estimating the wave attenuation capacity of *Rhizophora* sp. mangrove forests. *Frontiers in Marine Science*, 11, 1-17.
- Mulidin, M., & Sugianto, D. N. Prediksi peredaman gelombang permukaan yang menjalar melewati hutan mangrove. *Ilmu Kelautan: Indonesian Journal of Marine Sciences*, 9(3), 141-152.
- Mutiara, M., Faiqoh, M. H., & Fauzi, R. (2024). Numerical simulation of run-up wave using nonlinear shallow water equations with staggered grid at Canti Beach, South Lampung. *Sainmatika Jurnal Ilmiah Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam*, 21(2), 161-169.
- Pudjaprasetya, S. R., & Magdalena, I. (2014). Momentum conservative schemes for shallow water flows. *East Asian Journal on Applied Mathematics*, 4(2), 152-165.
- Taofiqurohman, A. (2014). Pemodelan tinggi gelombang akibat keberadaan hutan mangrove di Desa Mayangan, Kabupaten Subang. *Jurnal Akuatika*, 5(1), 1-7.
- Wiyanto, D. B., & Faiqoh, E. (2015). Analisis vegetasi dan struktur komunitas mangrove di Teluk Benoa, Bali. *Journal of Marine and Aquatic Sciences*, 1(1), 1-7.
- Wilianto, M. U., & Zainab, S. Analisa dan pemetaan kepadatan hutan mangrove di wilayah pesisir Pantai Gresik. *Reslaj: Religion Education Social Laa Roiba Journal*, 6(11), 1-23.
- Wu, F., Wu, G., & Zhang, K. (2019). A well-balanced positivity preserving central-upwind scheme for shallow water flows over uneven topography. *IOP Conference Series Materials Science and Engineering*, 677(3), 032083-032083.
- Vitasari, M. (2015). Kerentanan ekosistem mangrove terhadap ancaman gelombang ekstrim/abrasi di kawasan konservasi Pulau Dua Banten. *Bioedukasi: Jurnal Pendidikan Biologi*, 8(2), 33-36.
- Yang, Y. (2025). An oceanic basin oscillation-driving mechanism for tides. *Physics of Fluids*, 37(1), 016617.