ANALISIS DATA GEOSTATISTIK MENGGUNAKAN METODE *ORDINARY KRIGING*

Oleh:

Wira Puspita [(1)]
Dewi Rachmatin [(2)]
Maman Suherman [(2)]

ABSTRAK

Geostatistika merupakan suatu jembatan antara statistika dan *Geographic Information System* (GIS). Analisis geostatistik merupakan teknik geostatistika yang terfokus pada variabel spasial, yaitu hubungan antara variabel yang diukur pada titik tertentu dengan variabel yang sama diukur pada titik dengan jarak tertentu dari titik pertama. Namun seringkali masalah muncul pada saat solusi dari permasalahan estimasi telah diketahui. Untuk itu, hadirlah suatu metode yang akan mempermudah pengerjaan dalam menyelesaikan prediksi itu, yaitu Metode Kriging. Dalam perkembangannya banyak metode *kriging* yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai kasus yang ada dalam data geostatistik, misalnya terdapat kandungan mineral tersampel yang tidak memiliki kecenderungan (*trend*) tertentu. Metode kriging yang sesuai untuk menyelesaikan kasus ini adalah *ordinary kriging* karena metode ini dapat digunakan ketika rata-rata populasi tidak diketahui.

Kata kunci: variabel spasial, metode kriging, metode ordinary kriging.

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Dalam dunia ilmu pengetahuan, antara satu ilmu dengan ilmu yang lainnya memiliki sebuah hubungan, misalnya ilmu alam yang berkaitan erat dengan matematika karena keduanya berasal dari rumpun ilmu yang sama, yakni sains. Salah satu cabang ilmu alam adalah ilmu kebumian, yakni sebuah ilmu yang mempelajari struktur bumi beserta keragamannya. Ilmu kebumian berkaitan erat dengan Matematika, khususnya pada cabang statistika yang digunakan untuk mengolah data ilmu kebumian, seperti geologi atau geofisika, yang sering disebut geostatistika.

Pada praktiknya, untuk mendapatkan sebuah nilai yang tepat sama atau sesuai dengan apa yang diinginkan berdasarkan pada hasil observasi yang telah ada adalah suatu hal yang tidak mungkin, apalagi jika jumlah data hasil observasi yang telah ada berukuran besar. Karena tidak mudah menghitung atau mengolah data hasil observasi berukuran besar.

Proses pengolahan suatu data yang berukuran besar, yaitu populasi, tentu tidak sesederhana mengolah data sampel yang ukurannya relatif lebih kecil dibandingkan dengan populasi dan seringkali menimbulkan kerumitan dalam pengerjaannya. Di samping itu, hasil akhir yang diperoleh biasanya kurang sesuai dengan harapan para peneliti. Oleh karena itu, diperlukan suatu proses untuk menyederhanakan bentuk pengolahan yang rumit tersebut, yaitu dengan menaksir (mengestimasi) parameter baik penaksir titik maupun interval.

Seringkali masalah muncul pada saat solusi dari permasalahan estimasi telah diketahui. Salah satu masalah yang muncul pada saat solusi itu didapat adalah masalah melakukan prediksi terhadap data yang telah diolah. Untuk itu, hadirlah suatu metode yang akan mempermudah pengerjaan dalam menyelesaikan prediksi itu, yaitu salah satu metode yang disebut dengan Metode Kriging.

Pada beberapa penelitian, para ahli telah banyak membuktikan bahwa dalam dunia geostatistika, metode *kriging* layak digunakan untuk memperoleh estimasi yang lebih baik dibandingkan dengan metode estimasi lainnya. Salah satu penyebabnya adalah karena dalam prosesnya, metode *kriging* bertujuan untuk meminimalkan variansi dari galatnya.

Dalam perkembangannya banyak metode *kriging* yang digunakan untuk menyelesaikan berbagai kasus yang ada dalam data geostatistik, misalnya terdapat kandungan mineral tersampel yang tidak memiliki kecenderungan (*trend*) tertentu. Metode kriging yang sesuai untuk menyelesaikan kasus ini adalah *ordinary kriging* karena metode ini dapat digunakan ketika rata-rata populasi tidak diketahui.

Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah pada skripsi ini, adalah:

1. Bagaimana sifat estimator dari metode *ordinary kriging*?
2. Bagaimana penerapan metode *ordinary kriging* dalam menentukan kandungan sulfur (belerang) dalam lapisan batubara di Afrika Selatan?

Batasan Masalah

Batubara terdiri dari beberapa unsur kimia, yaitu karbon, hidrogen, oksigen, nitrogen dan sulfur. Pada skripsi ini hanya akan menghitung estimasi kandungan sulfur dalam lapisan batubara dan sifat dari estimator yang digunakan adalah *Best Linier Unbiased Estimator* (BLUE). Dalam proses menghitung estimasi tidak melibatkan faktor arah atau isotropi.

Tujuan Penulisan

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka tujuan penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan sifat-sifat estimator dari metode *ordinary kriging*.
2. Menerapkan metode *ordinary kriging* dalam menentukan kandungan sulfur dalam lapisan batubara di Afrika Selatan.

PEMBAHASAN

Metode *Kriging*

Metode *kriging* digunakan oleh G. Matheron pada tahun 1960-an, untuk menonjolkan metode khusus dalam moving average terbobot (*weighted moving average*) yang meminimalkan variansi dari hasil estimasi. *Kriging* adalah suatu teknik perhitungan untuk estimasi dari suatu variabel terregional yang menggunakan pendekatan bahwa data yang dianalisis dianggap sebagai suatu realisasi dari suatu variabel acak, dan keseluruhan variabel acak yang dianalisis tersebut akan membentuk suatu fungsi acak menggunakan model struktural variogram.

Secara umum, *kriging* merupakan suatu metode yang digunakan untuk menganalisis data geostatistik, yaitu untuk menginterpolasi suatu nilai kandungan mineral berdasarkan data sampel. Data sampel pada ilmu kebumian biasanya diambil di lokasi-lokasi atau titik-titik yang tidak beraturan. Dengan kata lain, metode ini digunakan untuk mengestimasi besarnya nilai karakteristik $\hat{Z}$ pada titik tidak tersampel berdasarkan informasi dari karakteristik titik-titik tersampel Z yang berada di sekitarnya dengan mempertimbangkan korelasi spasial yang ada dalam data tersebut.

Estimator *kriging* $\hat{Z}(s)$ dari $Z(s)$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{Z}(s) - m(s) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i [Z(s_i) - m(s_i)] \qquad \text{... (3.1)}$$

dengan:

s, s_i : lokasi untuk estimasi dan salah satu lokasi dari data yang berdekatan, dinyatakan dengan i

$m(s)$: nilai ekspektasi dai Z(s)

$m(s_i)$: nilai ekspektasi dari $Z(s_i)$

λ_i : faktor bobot

n : banyaknya data sampel yang digunakan untuk estimasi (Bohling, 2005:4).

Z(s) dianggap sebagai bidang acak dengan suatu komponen trend $m(s)$ dan komponen sisa $e(s) = \mathrm{Z}(s) - m(s)$. Estimasi *kriging* untuk sisa pada s adalah jumlah berbobot dari sisa pada sekitar data titik. Nilai λ_i diturunkan dari fungsi kovariansi atau semivariogram, yang harus mencirikan komponen sisa.

Tujuan *kriging* adalah untuk menentukan nilai λ_i yang meminimalkan variansi pada estimator, dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_e^2 = var\{\hat{Z}(s) - Z(s)\} \qquad \text{... (3.2)}$$

Metode *Ordinary Kriging*

Ordinary kriging adalah salah satu metode yang terdapat pada metode *kriging* yang sering digunakan pada geostatistika. Pada metode ini, memiliki asumsi khas untuk penerapan yang mudah digunakan dari *ordinary kriging* adalah *intrinsic stationarity* dari bidang dan pengamatan yang cukup untuk mengestimasi variogram. *Ordinary kriging* juga memiliki asumsi matematika dalam penerapannya, asumsi tersebut adalah sebagai berikut:

1. Rata-rata $E[Z(x)] = \mu$ tidak diketahui tetapi konstan,
2. Variogram $\gamma(x, y) = E[(Z(x) - Z(y))^2]$ untuk $Z(x)$ diketahui.

Pada Cressie (1993: 120) dijelaskan bahwa *ordinary kriging* berhubungan dengan prediksi spasial dengan dua asumsi.

Asumsi Model:

$$Z(s) = \mu + e(s), \qquad s \in D, \mu \in \Re, \text{dan } \mu \text{ tidak diketahui} \qquad \text{... (3.3)}$$

Asumsi Prediksi:

$$\hat{Z}(s) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i Z(s_i) \ , \qquad \text{dengan } \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1 \qquad \text{... (3.4)}$$

dengan:

$e(s)$: nilai error pada $Z(s)$

n : banyaknya data sampel yang digunakan untuk estimasi.

Karena koefisien dari hasil penjumlahan prediksi linear adalah 1 dan memiliki syarat tak bias maka $E\left(\hat{Z}(s)\right) = \mu = E\big(Z(s)\big)$, untuk setiap $\mu \in \Re$ dan karena $Z(s)$ merupakan suatu konstanta maka $E\big(Z(s)\big) = Z(s)$.

Dengan mengasumsikan bahwa $var\left(Z(s_0)\right) = \sigma^2$, maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
var\big(e(s_0)\big) &= var\left(\hat{Z}(s_0) - Z(s_0)\right) \\
&= cov\left(\hat{Z}(s_0), \hat{Z}(s_0)\right) + cov\big(Z(s_0), Z(s_0)\big) - 2cov\left(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)\right) \\
&= var\left(\hat{Z}(s_0)\right) + var\big(Z(s_0)\big) - 2cov\left(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)\right) \\
&= var\left(\hat{Z}(s_0)\right) + \sigma^2 - 2cov\left(\hat{Z}(s_0), Z(s_0)\right) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j cov\left(Z(s_i) Z(s_j)\right) + \sigma^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, cov\big(Z(s_i) Z(s_0)\big)
\end{aligned}$$

dengan syarat $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$.

Setelah melakukan penjabaran di atas, maka dapat dicari nilai minimum dari variansi error menggunakan *Lagrange multiplier* dengan parameter *Lagrange* $2p$. Persamaan *Lagrange* didefinisikan sebagai berikut:

$$F(\lambda_i, p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j cov\left(Z(s_i)Z(s_j)\right) + \sigma^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, cov\big(Z(s_i)Z(s_0)\big)$$

$$+ 2p\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i - 1\right). \qquad \text{... (3.5)}$$

Penyelesaian *Lagrang multiplier* adalah sebagai berikut:

1. Persamaan *Lagrange* diturunkan terhadap variabel bobot

$$\frac{\partial F(\lambda_i, p)}{\partial \lambda_1} = 2\sum_{j=1}^{n} \lambda_j cov\left(Z(s_j)Z(s_1)\right) - 2cov\big(Z(s_1)Z(s_0)\big) + 2p$$

$$\frac{\partial F(\lambda_i, p)}{\partial \lambda_2} = 2\sum_{t=1}^{n} \lambda_j cov\left(Z(s_j)Z(s_2)\right) - 2cov\big(Z(s_2)Z(s_0)\big) + 2p$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial F(\lambda_i, p)}{\partial \lambda_n} = 2\sum_{j=1}^{n} \lambda_j cov\left(Z(s_j)Z(s_n)\right) - 2cov\big(Z(s_n)Z(s_0)\big) + 2p$$

dengan:

$$\frac{\partial F(\lambda_i, p)}{\partial \lambda_i} = 0.$$

Sehingga diperoleh:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \, cov\left(Z(s_j)Z(s_i)\right) = cov\big(Z(s_i)Z(s_0)\big) - p, \text{untuk } i = 1, 2, \dots, n$$

2. Kemudian persamaan *Lagarange* diturunkan terhadap parameter *p*

$$\frac{\partial F(\lambda_i, p)}{\partial p} = 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i - 2$$

Dengan $\frac{\partial F(\lambda_i, p)}{\partial p} = 0$, sehingga diperoleh $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$.

Dari penyelesain *Lagrange* di atas diperoleh:

$$cov\big(Z(s_i), Z(s_0)\big) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \, cov\Big(Z\big(s_j\big), Z(s_i)\Big) + p \qquad \text{... (3.6)}$$

untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dan

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1. \qquad \text{... (3.7)}$$

Dari persamaan di atas dapat dibentuk ke dalam bentuk matriks AX = B, matriks tersebut adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} C_{Z_{11}} & \cdots & C_{Z_{1n}} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{Z_{n1}} & \cdots & C_{Z_{nn}} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Z_{10}} \\ \vdots \\ C_{Z_{n0}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

atau

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{10} \\ \vdots \\ \gamma_{n0} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Jika γ adalah model semivariogram yang diterima dan jika tidak ada titik kelipatan, matriks A tidak singular atau nilai determinan tidak sama dengan nol dan invers A^{-1} ada (Armstrong, 1998: 89). Maka untuk menentukan nilai bobot masing-masing titik tersampel terhadap titik yang akan diestimasi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Z_{11}} & \cdots & C_{Z_{1n}} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{Z_{n1}} & \cdots & C_{Z_{nn}} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_{Z_{10}} \\ \vdots \\ C_{Z_{n0}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Keterangan:

$C_{Z_{nn}}$ = kovariansi antara variabel tersampel pada lokasi *n* dengan variabel tersampel pada lokasi *n*

$C_{Z_{n0}}$ = kovariansi antara variabel tersampel pada lokasi *n* dengan variabel yang akan diestimasi

p = rata-rata variabel.

Persamaan (3.15) dan (3.16) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.13) sehingga diperoleh variansi eror sebagai berikut:

$$var(\hat{e}(s_0)) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j cov\left(Z(s_i)Z(s_j)\right) + \sigma^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, cov(Z(s_i)Z(s_0))$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \lambda_i [cov(Z(s_i)Z(s_0)) - p] + \sigma^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, cov(Z(s_i)Z(s_0))$$

$$= \sigma^2 - \left[\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, cov(Z(s_i)Z(s_0)) + p\right]. \quad \text{... (3.17)}$$

Algoritma Estimasi Menggunakan *Ordinary kriging*

Misalkan diberikan data $X = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \vdots \\ x_{n1} \end{bmatrix}$, $Y = \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{21} \\ \vdots \\ y_{n1} \end{bmatrix}$, dan $S = \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{21} \\ \vdots \\ s_{n1} \end{bmatrix}$.

1. Hitung nilai minimum, maksimum, dan median dari X,Y, dan S.
2. Hitung nilai rata-rata sampel $E[Z(s)] = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} s_i$
3. Plotkan antara S (kandungan sulfur), jika plot tidak terdapat tren, maka data dikatakan stasioner.
4. Menentukan pasangan data, kemudian hitung jaraknya.
5. Hitung nilai semivariogram eksperimental. Dari semivariogram akan diperoleh nilai sill dan range
6. Mencocokkan semivariogram eksperimental dengan semivariogram teoritis dengan melihat nilai MSE terkecil.

   $MSE = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_i \lambda_j cov\left(Z(s_i)Z(s_j)\right) + \sigma^2 - 2\sum_{i=1}^{n} \lambda_i \, cov(Z(s_i)Z(s_0))$
7. Setelah memperoleh semivariogram teoritis yang sesuai dengan data, selanjutnya semivariogram digunakan untuk mengestimasi data.
8. Kemudian buat plot hasil estimasi data.
9.

STUDI KASUS

Informasi Data

Data yang digunakan adalah data sekunder, yaitu data proyek batubara yang di peroleh dari http://geoecosse.bizland.com. Data diperoleh dari pengeboran lapisan batubara di Afrika Selatan. Batubara adalah salah satu bahan bakar fosil, yaitu batuan sedimen yang dapat terbakar, terbentuk dari endapan organik, yang utama adalah sisa-sisa tumbuhan dan terbentuk melalui proses pembatubaraan. Unsur-unsur utama batubara terdiri dari karbon, hidrogen, dan oksigen.

Batubara juga merupakan batuan organik yang memiliki sifat-sifat fisika dan kimia yang kompleks yang dapat ditemui dalam berbagai bentuk. Analisis unsur memberikan rumus formula empiris seperti $C_{137}H_{97}O_9NS$ untuk bituminus dan $C_{240}H_{90}O_4NS$ untuk antrasit. Berdasakan rumus empiris tersebut terlihat bahwa batubara juga mengandung sulfur atau belerang.

Kualitas batubara dapat dikatakan baik apabila memiliki kadar kandungan karbon tinggi, artinya kadar kandungan unsur-unsur lain rendah. Pada skripsi ini akan mengestimasi kadar sulfur dalam batubara pada titik penggalian untuk mengetahui lokasi penggalian batubara dengan kualitas baik.

Pada penerapan ini data yang digunakan data lokasi penggalian batubara dengan titik koordinat dan kadar sulfur tersampel. Koordinat titik yang digunakan adalah *X* (absis), *Y* (ordinat) dalam satuan meter, sedangkan S merupakan kadar sulfur yang dinyatakan dalam satuan persen (%). Data yang digunakan sebanyak 96 lokasi penggalian batubara dan 96 kadar sulfur dalam batubara. Berikut adalah ringkasan dari data kadar sulfur:

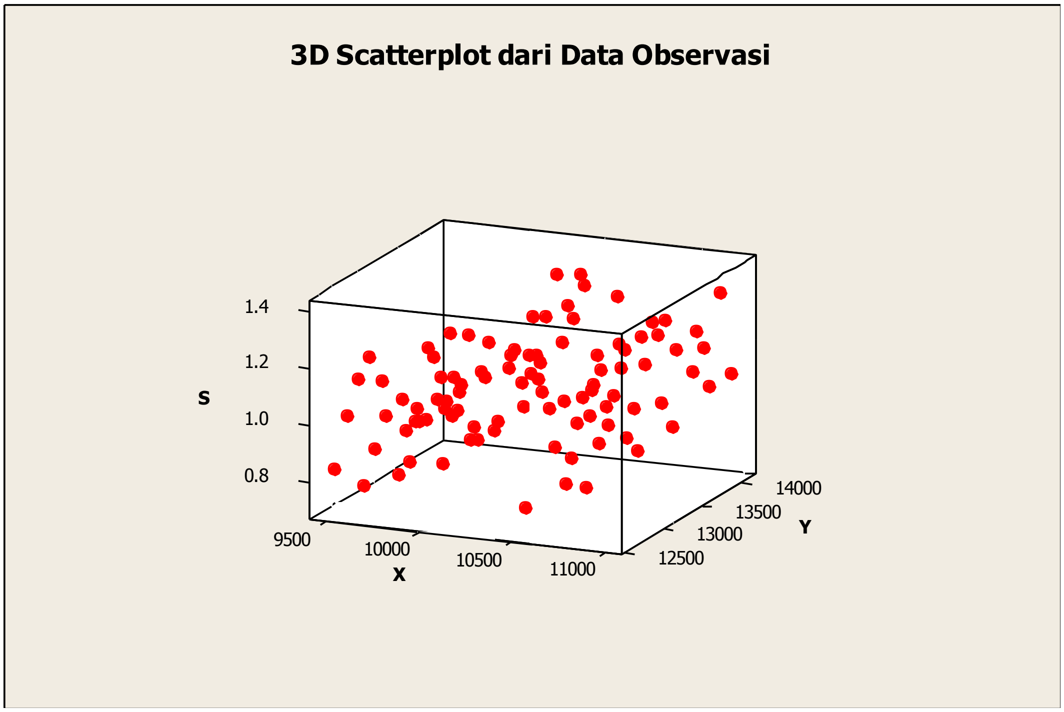
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Data Kadar Sulfur

Variable	Count	Mean	StDev	Variance	Minimum	Median	Maximum	Range
X	96	10242	476	226596	9500	10250	11000	1500
Y	96	13345	470	220951	12600	13350	14100	1500
S	96	1.0492	0.1583	0.0251	0.7100	1.04	1.4	0.6900

Berdasarkan tabel 4.1 diperoleh nilai absis (*X*) minimum 9500 dan absis minimum maksimum 11000, nilai ordinat (*Y*) minimum 12600 dan ordinat maksimum 14100, dan nilai kadar sulfur minimum 0,71 % dan nilai kadar sulfur maksimum 1,4 %. Rata-rata (*Mean*) untuk X, Y, dan S adalah 10242, 13345, dan 1,0492.

Asumsi Stasioneritas

Sebelum melakukan pengolahan data dengan metode *ordinary kriging* terdapat asumsi yang harus dipenuhi, yaitu data harus stasioner atau tidak terdapat kecenderungan trend. Kestasioneran data kadar sulfur dapat diamati melalui *scatterplot* pada gambar 4.4 berikut ini.



Gambar 4.4. Scatter Plot Data Sampel Kadar Sulfur

Pada plot 3D di atas terlihat bahwa pola data bersifat acak atau tidak membentuk suatu pola tertentu, sehingga secara kualitatif dapat disimpulkan data bersifat stasioner. Oleh karena itu data tersebut dapat diestimasi menggunakan metode *ordinary kriging*.

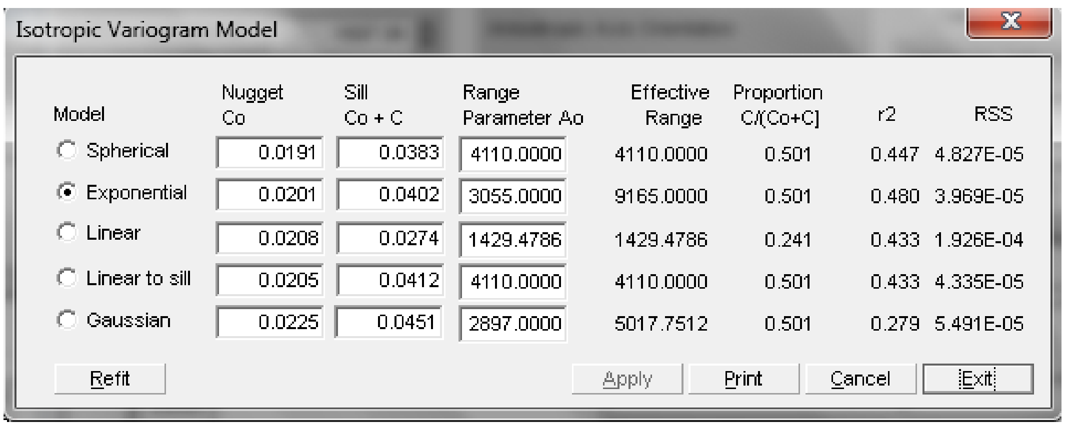
Semivariogram

Setelah menguji kestasioneran data dan data yang diperoleh bersifat stasioner, kemudian akan dilakukan perhitungan variogram eksperimental dari data kadar sulfur menggunakan program *GS+*, hasil perhitungannya disajikan pada tabel 4.2.

Tabel 4.2. Semivariogram Kadar Sulfur

Lag Class	Average Distance	Average Semivariance	Pairs
1	150.00	0.019	136
2	293.23	0.022	484
3	455.15	0.022	420
4	609.44	0.025	702
5	778.21	0.029	584
6	932.88	0.027	637
7	1095.78	0.025	527
8	1257.29	0.027	487
9	1429.48	0.025	344

Pada tabel tersebut menunjukan banyaknya pasangan data setiap lag dengan jarak tertentu beserta nilai semivariogram eksperimental untuk setiap lag. Setelah nilai variogram eksperimental diperoleh, kemudian dilakukan *fitting* model semivariogram yang sesuai. Hasil *fitting* model semivariogram dengan menggunakan program *GS+* ditunjukkan pada gambar 4.5.


Isotropic Variogram Model

Model	Nugget Co	Sill Co + C	Range Parameter Ao	Effective Range	Proportion C/(Co+C]	r2	RSS
Spherical	0.0191	0.0383	4110.0000	4110.0000	0.501	0.447	4.827E-05
Exponential	0.0201	0.0402	3055.0000	9165.0000	0.501	0.480	3.969E-05
Linear	0.0208	0.0274	1429.4786	1429.4786	0.241	0.433	1.926E-04
Linear to sill	0.0205	0.0412	4110.0000	4110.0000	0.501	0.433	4.335E-05
Gaussian	0.0225	0.0451	2897.0000	5017.7512	0.501	0.279	5.491E-05

Refit Apply Print Cancel Exit

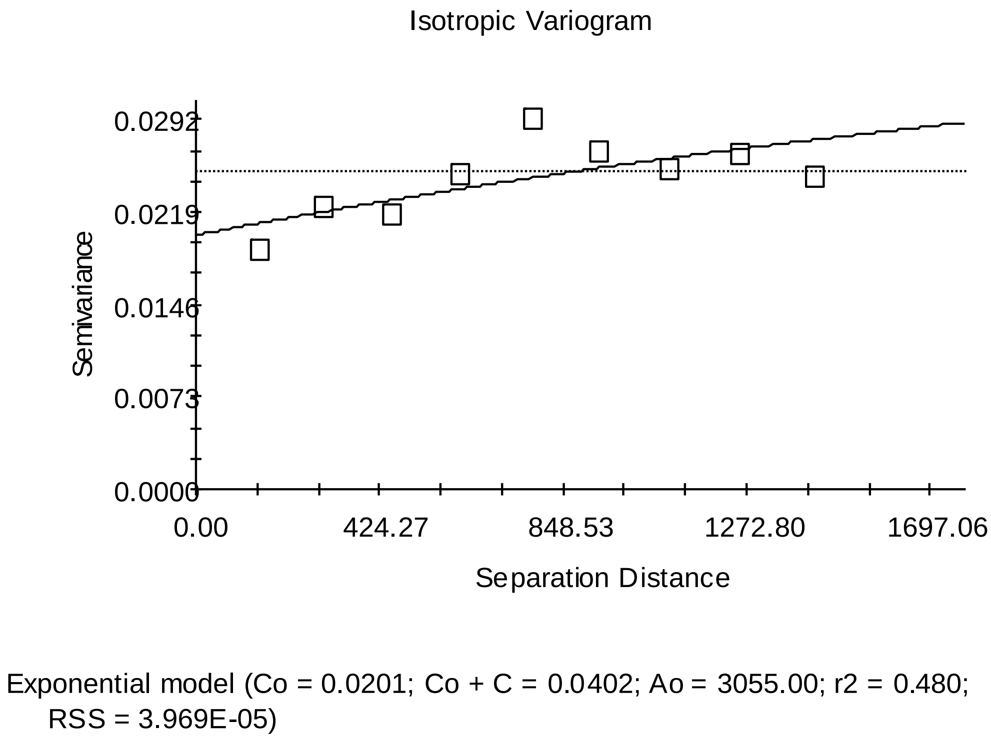
Gambar 4.5. *Fitting* Model Semivariogram Kadar Sulfur

Pada gambar 4.5, terlihat bahwa nilai kuadrat *error* yang paling kecil adalah pada model eksponensial (*exponential model*) yaitu $3{,}969 \times 10^{-5}$. Jadi model semivariogram yang sesuai dari data kadar sulfur adalah model *exponential*. Bentuk semivariogram teoritis dari *exponential model* (model eksponensial) sebagai berikut:

$$\gamma(h) = C_0 + C\left[1 - exp\left(-\frac{h}{a}\right)\right]$$

dengan nilai *sill* $C_0 + C = 0{,}0402$, nilai $C_0 =$ *nugget effect* adalah $0{,}0201$,dan *range* $a = 3055$.

Kurva semivariogram dari model *exponential* disajikan pada gambar 4.6.



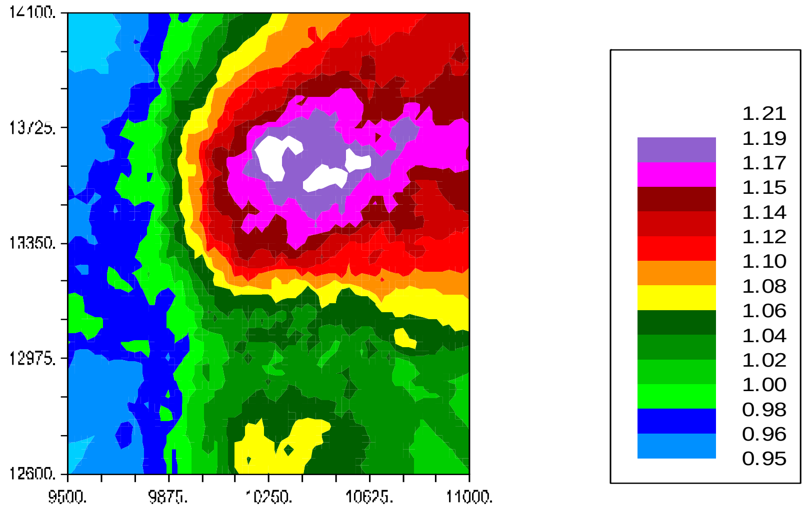
Gambar 4.6. Kurva Model Eksponensial Kadar Sulfur

Hasil estimasi

Setelah memperoleh model semivariogram yang sesuai dengan data kadar sulfur, kemudian semivariogram tersebut digunakan untuk mengestimasi kadar sulfur. Karena dalam kasus ini estimasi akan dilakukan untuk 3721 lokasi, maka untuk mempermudah proses estimasi digunakan *software* Gs+ versi 5.

Nilai estimasi kadar sulfur minimum adalah 0,926% terdapat pada lokasi dengan titik absis (X) 9500 dan titik ordinat (Y) 14100 dengan variansi galat 0,201, dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 62. Dan untuk nilai estimasi kadar sulfur maksimum adalah 1,212% terdapat pada lokasi dengan titik absis (X) 10425 dan titik ordinat (Y) 13575 dengan variansi galat 0,148, dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 118.

Berikut ini adalah hasil estimasi data kadar sulfur yang disajikan dalam peta kontur:



Gambar 4.8. Kontur Estimasi Kadar Sulfur

Berdasarkan peta kontur hasil estimasi kadar sulfur, lokasi biru muda merupakan lokasi dengan kualitas batubara terbaik dibandingkan semua lokasi yang ada, karena pada lokasi tersebut kadar sulfur dalam batubaranya rendah. Apabila penambang batubara akan melakukan penggalian batubara, maka lokasi yang terbaik untuk melakukan penggalian adalah lokasi yang berwarna biru.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan pada bab-bab sebelumnya, maka dapat disimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi cadangan dengan menggunakan metode *ordinary kriging* akan menghasilkan estimator yang bersifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*).

Hasil estimasi kadar sulfur dalam batubara, untuk nilai estimasi kadar sulfur minimum adalah 0,926% terdapat pada lokasi dengan titik absis (X) 9500 dan titik ordinat (Y) 14100 dengan variansi galat 0,201, dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 62. Dan untuk nilai estimasi kadar sulfur maksimum adalah 1,212% terdapat pada lokasi dengan titik absis (X) 10425 dan titik ordinat (Y) 13575 dengan variansi galat 0,148, dapat dilihat pada lampiran 2 halaman 118. Lokasi penggalian batubara yang baik adalah terdapat pada lokasi yang batubaranya hanya sedikit mengandung sulfur atau kadar sulfurnya rendah.

Saran

Pada skripsi ini digunakan metode *ordinary kriging* untuk mengestimasi cadangan hasil tambang. Asumsi untuk metode ini adalah data bersifat stasioner sehingga tidak memiliki kecenderungan pada trend tertentu dengan rerata konstan dan tidak diketahui. Namun terkadang dalam suatu lokasi tambang, data yang diperoleh tidak stasioner dan memiliki kecenderungan tren tertentu yang tidak bias diselesaikan dengan menggunakan metode *ordinary kriging*. Dalam hal ini penulis menyarankan peneliti selanjutnya untuk mengembangkan metode *kriging* lainnya atau melakukan kajian teoritis metode *ordinary kriging* dengan studi kasus menggunakan data primer.

Dan berdasarkan hasil pembahasan studi kasus, disarankan bagi para praktisi yang melakukan penelitian lebih lanjut, sebagai berikut:

1. Untuk mengambil keputusan dalam penentuan lokasi titik penggalian batubara, sebaiknya mempertimbangkan beberapa faktor, seperti kadar air, *volatiliti matter*, nilai kalori selain kadar sulfur.

Untuk pengambilan keputusan lokasi penggalian yang memiliki cadangan batubara optimum (batubara memiliki kualitas baik), sebaiknya perlu dilakukan terlebih dahulu estimasi kriging faktor yang menentukan kualitas batubara tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

Alfiana, Anantia N. (2010). *Metode Ordinary Kriging pada Geostatistika*. (Skripsi sarjana pada FMIPA Universitas Negeri Yogyakarta). Yogyakarta: tidak diterbitkan.

Anton, Howard. (1995). *Aljabar Linear Elementer (edisi kelima)*. (Terjemah oleh Pantur Silaban & I. Nyoman Susila). Jakarta: Erlangga.

Armstrong, Marfaret. (1998). *Basic Lineae Geostatistics*. Jerman: Springer

Bohling, G. (2005). *Kriging*. [Online]. Tersedia: http://people.ku.edu/~gbohling [15 Februari 2012]

Cressie, Noel A. C. (1993). *Statistics for Spatial Data*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Djauhari, Maman A. (1998). *Teori Peluang*. Bandung: DIKTAT MA 391 Institut Teknologi Bandung.

Gamma Design Software. (2007). *Gs+: Geostatistics for the Environmental Sciences*. [Online]. http://www.gammadesign.com/files/GS_Users_Guide.pdf. [14 Januari 2013]

Isaaks, Edward H. (1989). *Applied Geostatistics*. New York: Oxford University Press.

Mukhaiyar, Utriweni. (2012). *Topik dalam Statistika*. [Online]. http://personal.fmipa.itb.ac.id/utriweni/teaching/tahun-20122013/semester-i-1213/ma-5182-topik-dalam-statistika-i/. [12 Desember 2012]

Walpole, Ronald E. & Myers, Raymond H. (1986). *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan (edisi kedua)*. (Terjemahan R. K. Sembiring). Bandung: Penerbit ITB.

Warmada, I. W. *Geostatistik vs Geologi Numerik*. [Online]. www.warmada.staff.ugm.ac.id [15 Februari2012]

Wikipedia. *Kriging*. [Online]. Tersedia: http://en.wikipedia.org [15 Februari 2012]

Wikipedia. *Lagrange Multiplier*. [Online]. Tersedia: http://en.wikipedia.org [15 Februari 2012]

Wikipedia. *Batubara*. [Online]. Tersedia: http://en.wikipedia.org [15 Februari 2012]

Wikipedia. *Residual Sum of Squares*. [Online]. Tersedia: http://en.wikipedia.org [7 Maret 2013]

Yuniardi, Yuyun., Nur, Andi Agus. & Mardiana, Undang. (2006). *Geostatistik*. Bandung: DIKTAT 1 Universitas Padjadjaran.